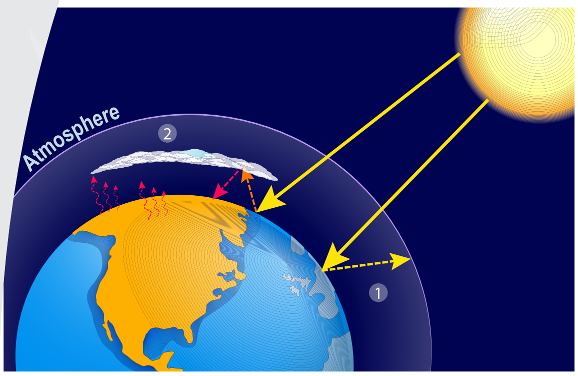
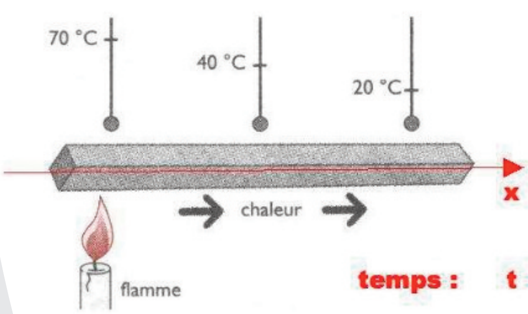
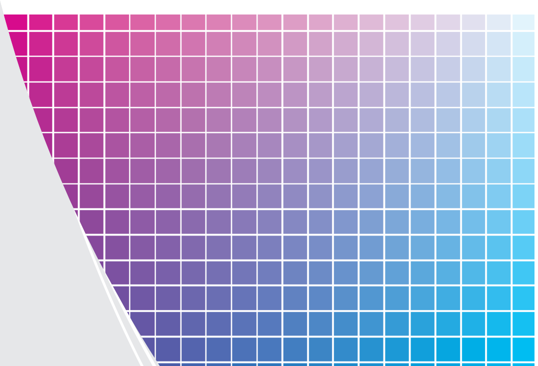
Conférence -débat

INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences







Fourier et la science d'aujourd'hui

13 mars 2018 de 14h30 à 17h00
Fondation Simone et Cino Del Duca
10, rue Alfred de Vigny, 75008 Paris

Il y a 250 ans naissait Joseph Fourier. Élu membre de l'Académie des sciences en 1817, il est un des plus grands noms des mathématiques et de la physique du dix-neuvième siècle. Dans son fameux traité *Théorie analytique de la chaleur* publié en 1822, il développe sa théorie de la propagation de la chaleur, pour laquelle il invente de nouveaux outils mathématiques dont les séries trigonométriques, appelées depuis séries de Fourier, qui trouveront ensuite de très nombreuses applications notamment en théorie du signal.

Aujourd'hui plus que jamais, les travaux de Fourier restent d'actualité. Les mathématiciens étudient les phénomènes surprenants qui se produisent lorsqu'on affecte des coefficients aléatoires aux termes d'une série de Fourier. Les physiciens s'intéressent à des modèles de solides ou de gaz où la propagation de la chaleur suit des lois de Fourier "anormales". Enfin, la théorie des ondelettes, qu'on peut voir comme une généralisation de l'analyse de Fourier, joue un rôle fondamental dans les applications des mathématiques au codage, au traitement et à la compression des images.

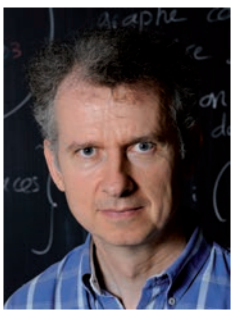
Scientifique d'exception mais aussi grand serviteur de l'État engagé dans la vie publique, Fourier a été un savant d'une étonnante modernité.

Les organisateurs de la conférence-débat

Patrick FLANDRIN

Directeur de recherche CNRS à l'École normale supérieure de Lyon, membre de l'Académie des sciences

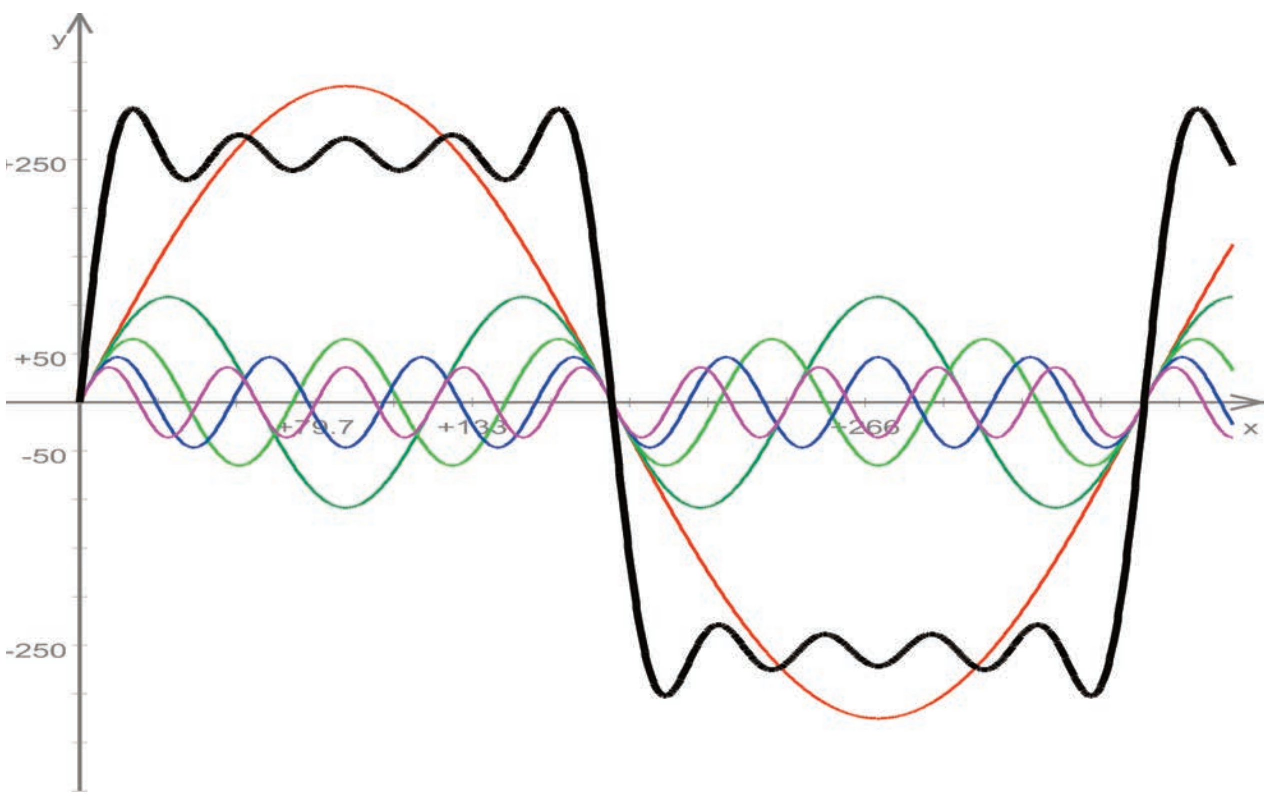
Patrick Flandrin est membre de l'Académie des sciences, délégué de la section des sciences mécaniques et informatiques. Il est directeur de recherche CNRS de classe exceptionnelle au Laboratoire de Physique de l'École normale supérieure de Lyon et s'est vu décerner la médaille d'argent du CNRS en 2010. Ses travaux portent sur l'analyse et le traitement des signaux non stationnaires, ainsi que sur l'étude des systèmes complexes, naturels et artificiels.



Jean-François LE GALL

Professeur à l'université Paris-Sud, Orsay, membre de l'Académie des sciences

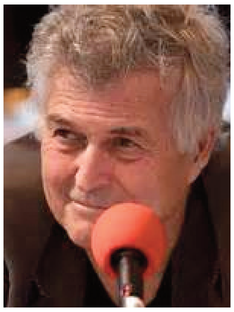
Jean-François Le Gall est un spécialiste de théorie des probabilités. Il dirige l'équipe de probabilités et statistiques du laboratoire de mathématiques de l'université Paris-Sud. Membre de l'Académie des sciences depuis 2013, il a reçu plusieurs prix nationaux et internationaux, dont le Prix Loève, le Prix Sophie Germain, le Prix Fermat et la Médaille d'argent du CNRS. Ses premiers travaux de recherche ont porté sur le mouvement brownien. Plus récemment, il s'est intéressé à la géométrie aléatoire, domaine à la frontière entre probabilités et combinatoire.



Programme

14:30	**Ouverture du colloque** **Sébastien CANDEL,** président de l'Académie des sciences **Catherine BRÉCHIGNAC,** secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences **Patrick FLANDRIN,** directeur de recherche CNRS à l'École normale supérieure de Lyon, membre de l'Académie des sciences
14:40	**Sur les manières de Fourier savant** **Jean DHOMBRES,** directeur d'études au Centre Alexandre Koyré EHESS/CNRS
15:00	Discussion
15:10	**La loi de Fourier : hier et aujourd'hui** **Bernard DERRIDA,** professeur au Collège de France, à l'École normale supérieure de Paris, membre de l'Académie des sciences
15:30	Discussion
15:40	**Séries de Fourier aléatoires** **Gilles PISIER,** professeur émérite à l'université Pierre et Marie Curie, Distinguished Professor à Texas A&M University, membre de l'Académie des sciences
16:00	Discussion
16:10	**Au-delà des séries de Fourier** **Ingrid DAUBECHIES,** professeur à Duke University, membre associé étranger de l'Académie des sciences
16:30	Discussion
16:40	**Discussion générale et conclusion** **Jean-François LE GALL,** professeur à l'université Paris-Sud, Orsay, membre de l'Académie des sciences

Résumés et biographies



Jean Dhombres
Directeur d'études au Centre Alexandre Koyré EHESS/CNRS

Après avoir été professeur de mathématiques à l'université de Nantes, Jean Dhombres est devenu directeur de l'UPR 21 du CNRS, actuellement directeur d'études à l'EHESS au Centre Koyré. Spécialisé sur les équations fonctionnelles et leurs utilisations en analyse, il se consacre à l'épistémologie des mathématiques, à l'histoire des communautés scientifiques et aux biographies de savants. Il a notamment écrit, en collaboration avec Jean-Bernard Robert, *Fourier, créateur de la physique mathématique*, et prépare un livre intitulé *Les savoirs mathématiques et leurs pratiques culturelles*.

Sur les manières de Fourier savant

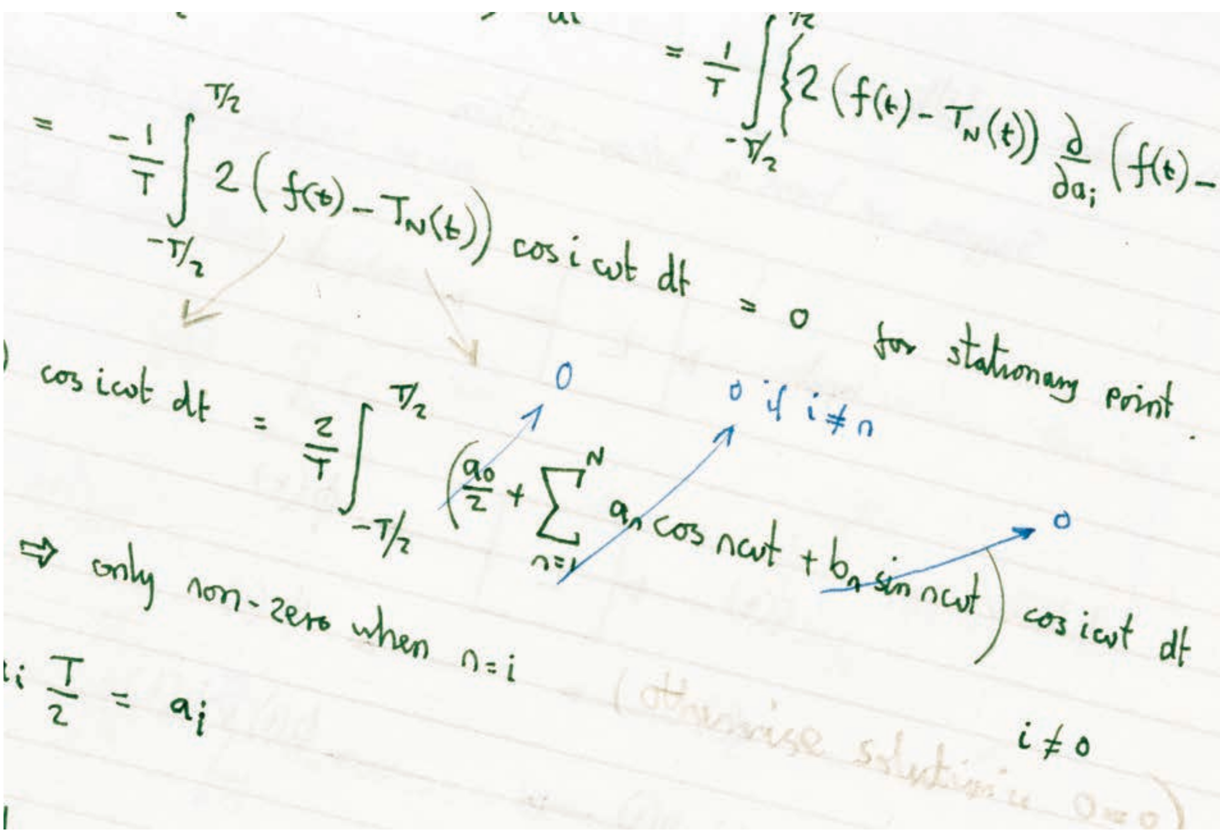
Si les documents sur Joseph Fourier sont nombreux, on reste surpris par le peu de confidences que le savant a choisi de laisser. Son œuvre de 1822, la *Théorie analytique de la chaleur*, est censée préserver sa postérité. Son histoire est une chronologie de sa pensée sans l'embellir, sans éviter les longs calculs alors qu'il obtenait les relations d'orthogonalité et les coefficients dits de Fourier, confirmés sous ce nom en général par Hilbert lui-même. Il a des périodes créatrices très resserrées dans le temps. Alors qu'il ignore tout et de la chaleur et des séries trigonométriques en 1804, il parvient trois ans plus tard à un manuscrit qui contient largement le texte publié en 1822. L'intégrale de Fourier exceptée. Il ignore l'analyse mathématique d'Euler et de Lagrange lorsqu'il arrive en janvier 1795 à l'École normale de l'an III, et deux ans plus tard il réalise un remarquable cours devant des élèves polytechniciens. Si on doit parler de génie jusque dans le cadre pédagogique, n'est-il pas aussi intéressant de préciser certaines causalités ? Des documents manuscrits nouveaux le permettent, donnant à Fourier cette « actualité » que Jean-Pierre Kahane sut si bien faire valoir.

Bernard Derrida
Professeur au Collège de France, à l'École normale supérieure de Paris et membre de l'Académie des sciences

Après avoir été chercheur pendant 15 ans au service de Physique Théorique du CEA à Saclay, Bernard Derrida est devenu en 1993 professeur à l'université Pierre et Marie Curie. Depuis 2015, il occupe la chaire de Physique statistique au Collège de France. Ses travaux les plus connus ont porté sur deux domaines de la physique statistique : les systèmes désordonnés, avec en particulier l'introduction d'un des modèles les plus simples de verres de spins, et les systèmes hors d'équilibre pour lesquels il a obtenu une série de résultats exacts. Il a aussi contribué à construire des modèles issus de la physique statistique pour aborder des questions liées à l'évolution, à la sélection, à la spéciation ou aux généalogies.

La loi de Fourier: hier et aujourd'hui

Selon la loi de Fourier publiée en 1822, le flux de chaleur à travers un solide est proportionnel au gradient de température. Cette loi est à l'origine de la célèbre équation de la chaleur pour laquelle Fourier développa les outils mathématiques que l'on sait. Tout au long du 19ème siècle des lois similaires ont été découvertes comme la loi d'Ohm pour les courants de charges électriques ou la loi de Fick pour les courants de particules. Toutes ces lois sont des lois macroscopiques de nature phénoménologique. Un des défis de la physique est d'essayer de les comprendre à partir des premiers principes, c'est-à-dire en partant de modèles microscopiques d'atomes en interaction. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, la loi de Fourier n'est pas vérifiée pour les modèles les plus simples (gaz parfait, solide harmonique). Elle n'est pas non plus vérifiée pour les modèles plus réalistes de solides ou de gaz en basse dimension : pour ces systèmes on parle de loi de Fourier anormale. Cet exposé essaiera de montrer pourquoi cette loi de Fourier anormale suscite autant d'intérêt depuis une vingtaine d'années. Il fera aussi le point sur notre compréhension actuelle des fluctuations et des grandes déviations autour de la loi de Fourier.



Gilles PISIER

Professeur émérite à l'université Pierre et Marie Curie, Distinguished Professor à Texas A&M University, membre de l'Académie des sciences

Une grande part des recherches de Gilles Pisier utilise la théorie des probabilités en analyse fonctionnelle et en théorie des opérateurs. Il est notamment l'auteur (avec Michael Marcus) du livre *Random Fourier series with applications to harmonic analysis* publié en 1981 par Princeton Univ. Press, et du livre *Martingales in Banach spaces* en 2016 par Cambridge Univ. Press. Il a été lauréat du prix Salem d'analyse harmonique en 1979 pour ses travaux sur les ensembles de Sidon, du prix Ostrowski en 1997, et de la médaille Stefan Banach (2002) de l'académie polonaise des sciences, dont il est devenu membre étranger. Ses travaux récents sur les espaces d'opérateurs (appelés parfois « espaces de Banach quantiques ») l'ont conduit a s'intéresser à la théorie des matrices aléatoires, et par là-même aux séries de Fourier dans les espaces Lp de groupes non-commutatifs, comme par exemple les groupes libres.

Séries de Fourier aléatoires

L'exposé présentera une série de situations où les séries de Fourier classiques se comportent de manière surprenante quand on les transforme en leur assignant des signes choisis au hasard. Cette théorie doit beaucoup aux travaux de Jean-Pierre Kahane dont le livre *Random series of functions* est un peu la bible du sujet.

Par exemple, la convergence presque partout des séries de Fourier des fonctions de carré intégrable a longtemps résisté à tous les efforts jusqu'à ce que Carleson l'établisse en 1966. En revanche, pour les séries de Fourier aléatoires cette convergence (seulement pour presque tout choix des signes) était connue bien avant Carleson. On peut d'ailleurs montrer que la série de Fourier aléatoire d'une fonction de carré intégrable est en fait presque sûrement intégrable à n'importe quelle puissance.

Néanmoins, en général elle n'est ni presque sûrement bornée, ni presque sûrement continue. Les séries de Fourier aléatoires presque sûrement bornées sont automatiquement presque sûrement continues (contrairement aux séries de Fourier usuelles). Elles sont caractérisées par une condition d'entropie métrique qui est apparue dans la théorie des processus gaussiens en 1967, et qui a trouvé depuis de nombreuses applications.

Ingrid Daubechies
Professeur à Duke University, membre associé étranger de l’Académie des sciences

Ingrid Daubechies est professeur de mathématiques et d’ingénierie électronique et informatique à Duke University (États-Unis). En développant de façon fondamentale la théorie des ondelettes et en appliquant celle-ci à de nombreux domaines scientifiques, en mathématiques, en ingénierie et à l'art, Ingrid Daubechies a initié un important programme de mathématiques appliquées et computationnelles. Ses travaux sur l'analyse "temps-fréquence" et l'analyse "temps-échelle" ont bouleversé le traitement du signal et de l'image. De nos jours, les "ondelettes de Daubechies" sont utilisées dans le standard de compression d'images JPEG2000. Ingrid Daubechies a été lauréate de nombreux prix internationaux et est membre des Académies des sciences de France, des Pays-Bas et des États-Unis. Elle a été la première femme à présider l’Union mathématique internationale (de 2011 à 2015).

Au-delà des séries de Fourier

La série de Fourier d'une fonction de régularité variable contient, bien évidemment, toute l'information permettant de déterminer la régularité en tout point ; toutefois, en général, cette information est encodée de façon compliquée dans la phase des coefficients - en particulier, elle ne peut être déduite des valeurs absolues des coefficients de la série de Fourier. Dès les années 30, l'approche de Littlewood et Paley indique que certains regroupements dyadiques dans la série de Fourier permettent de cerner des questions de régularité locale sans devoir préserver toutes les phases. Dans les années 80, le développement de cette étude mène à la construction, par Yves Meyer et d'autres mathématiciens, des bases d’ondelettes ; étant donné la décomposition d'une fonction en ondelettes, il est possible d'en discuter les propriétés de régularité locale en ne considérant que les valeurs absolues des coefficients de la série. Si les ondelettes permettent d'aller au-delà de Fourier, il n'en reste pas moins que pour démontrer beaucoup de leurs propriétés, l'analyse de Fourier demeure un outil fondamental et indispensable !

www.academie-sciences.fr